Section 1. Mathematical and instrumental methods of economics

https://doi.org/10.29013/EJEMS-22-5.6-3-6

Zeynalov J. I.,
Doctor of Computer Science, Professor
of the Department of Information Technology
Nakhichevan State University
Aliyev M. E.,
Associate Professor, of the Department
of Information Technology Nakhichevan State University
Seyidova M. M.,
Nakhichevan State University
Zeynalova S. J.,
Nakhichevan State University

THE USE OF NEURAL NETWORKS TO SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMAL MANAGEMENT RELATIVE TO THE SET

Abstract. Unlike classical problems, the numerical solution of fuzzy optimal control problems is associated with some mathematical difficulties. These difficulties are mainly due to the fact that a fuzzy number is actually a set and finding a fuzzy function means finding a set. It is also known that it is possible to build a neural network that approximates a continuous mapping to any precision. Using this, we solve problems (1)–(4) using neural networks.

Keywords: neural networks, optimal synthesis, optimal control, input and output data.

Зейналов ДЖ. И.,
доктор компьютерных наук, профессор
кафедры информационные технологии
Нахичеванский Государственный Университет
Алийев М.Е.,
доцент кафедры информационные технологии
Нахичеванский Государственный Университет
Сейидова М. М.,
Нахичеванский Государственный Университет

Зейналова С. Дж.,
Нахичеванский Государственный Университет

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО МНОЖЕСТВА

Аннотация. В отличие от классических задач численное решение нечетких задач оптимального управления связано с некоторыми математическими трудностями. Эти трудности в основном связаны с тем, что нечеткое число фактически является множеством и нахождение нечеткой функции означает нахождение множества. Также известно, что можно построить нейронную сеть, которая аппроксимирует непрерывное отображение с любой точностью. Используя это, решаем задачи (1)–(4) с помощью нейронных сетей.

Ключевые слова: нейронные сети, оптимальный синтез, оптимально управление, входные и выходные данные.

Широкий класс задач практики приводит к изучению изменения формы рассматриваемого объекта или тела относительно некоторого параметра. Примерами таким задачам являются диффузионные процессы, задачи расширения или распрямления тела от тепла, задачи теории упругости, экологические задачи, задача распространения нефтяного пятна на поверхности моря, биологические процессы и т.д.

Изучение задачи в такой постановке связано с некоторыми математическими трудностями. Это в первую очередь связано с определением скорости изменения множества, характеризующей форму тела.

В математическом языке множество $D \subset R^n$ можно определить с помощью ее характеристической функцией $\mu_D(x)$. Если $\mu_D(x)=1$, это означает, что $x \in D$ и $\mu_D(x)=0$, то $x \notin D$. Значит характеристическая функция $\mu_D(x)$ получает значения 1 и 0, т.е. любая точка либо входит в множество D, либо нет. Однако бывает, что функция $\mu_D(x)$ не определяется двумя значениями, ее значение меняется на отрезке $[0,1]$.

Пусть требуется минимизация функционала

$$J(v) = \|D(T)-Z\|^2 + \mu\int_0^T \|V(t)\|^2 \to \min, \qquad (1)$$

при условиях

$$\dot{D}(t) = a(t)D(t) + V(t), t \in [0,T], \qquad (2)$$

$$D(0) = D_0. \qquad (3)$$

Здесь нормы $\|D(T)-Z\|^2$ и $\|V(t)\|^2$ означают

$$\|(D(T),0)-(Z,0)\|^2 = \int_{S_B}\left[P_{D(T)}(x) - P_Z(x)\right]^2 ds,$$

$$\|V(t)\|^2 = \int_{S_B}\left[P_{V(t)}(x)\right]^2 ds.$$

Класс управлений является область-функция $V = V(t)$, в которой $V(t) \in M$, $t \in [0,T]$, здесь M совокупность выпуклых замкнутых ограниченных множеств в Rn. Другими словами, на класс управлений не налагаются никакие ограничения и предполагаем, что решение рассматриваемой задачи, в указанном классе, существует. В этом случае из условия оптимальности (7.18) получается соотношение

$$c(t)P_{D(T)}(x) + 2\mu P_{V(t)}(x) = c(t)P_Z(x), \qquad (4)$$

где $c(t) = e^{\int_t^T a(\tau)d\tau}$.

Таким образом, оптимальная пара определяется соотношением (1)–(4). Как видно, все эти соотношения задаются равенствами. Значит, мы можем предполагать, что при естественных условиях, решение задачи (1)–(3) непрерывно зависит от исходных данных. Также известно, что можно построить нейронную сеть, которая аппроксимирует непрерывное отображение с любой точностью. Используя это, решаем задачи (1)–(4) с помощью нейронных сетей.

Для этого сначала выбираем многослойную нейронную сеть и определяем ее весовые коэффициенты. Для этого используется в основном два подхода. Первый- аналитический, в котором весовые коэффициенты задаются по каким то формулам и другой, в котором весовые коэффициенты восстанавливаются в процессе обучения. Здесь мы будем использовать второй подход. В этом подходе точность решения зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

Для применения нейронных сетей к решению задачи оптимального управления (1)–(3), нам нужны в достаточном количестве входные и выходные данные для процесса обучения. Как находим эти данные?

Здесь мы будем предлагать схему, для определения в достаточном количестве входные и выходные данные.

Исходные данные для задачи (1)–(3) являются $a(t),\ D_0,\ \mu,\ Z$. Задавая эти данные, определяется решение $V(t)$. Для различных исходных данных решать задачи (1)–(3) является проблематично, так как, нашей целью является найти решение этой задачи именно для конкретно заданного $a(t),\ D_0,\ \mu,\ Z$. Для определения входных и выходных данных применяем «обратный» подход. Константа $\mu \ge 0$ не варьируем, т.е. фиксируем. Возьмем область-функцию $D_1(t) \in M,\ t \in [0,T]$ и непрерывную функцию $a_1(t)$. Подставляя эти данные в уравнение (1) и начальное условие (3), находим $V_1(t)$ и

$$V_1(t) = \dot{D}_1(t) - a_1(t) D_1(t), \quad t \in [0,T], \tag{5}$$

$$D_1^{(0)} = D_1(0). \tag{6}$$

Учитывая в соотношении (4), найденное управление $V_1(t)$ учитывая в соотношение (4), имеем

$$P_{Z_1}(x) = P_{D_1(T)}(x) + \frac{2\mu}{c_1(t)} P_{V_1(t)}(x),\ x \in S_B. \tag{7}$$

Здесь $c_1(t) = e^{\int_t^T a_1(\tau)d\tau}$. Условие (7) можно написать в эквивалентной форме

$$Z_1 = D_1(T) + \frac{2\mu}{c_1(t)} V_1,\ t \in [0,T].$$

Значит, мы нашли входные данные $a_1(t),\ D_1^{(0)},\ Z_1$, в которых решением задачи (1)–(3) является управление $V_1(t)$. Это есть соответствующий выходной данный. Однако, в этом процессе есть две проблемы. Первая, выбранные область функция $D_1(t) \in M,\ t \in [0,T]$ и непрерывная функция $a_1(t)$ должны быть такими, чтобы найденная по формулам (6) область функция, для любого $t \in [0,T]$ была выпуклой. Второе, определяемое по формулам (6) множество не должно зависеть от t. Остается обеспечивать эти условия.

Для этого, например, можно взять в виде

$$D(t) = \beta_1(t) A_1 + \beta_2(t) A_2 + \ldots + \beta_m(t) A_m.$$

Здесь A_i некоторые выпуклые множества и $\beta_i(t),\ i = 1,2,\ldots,m$, положительные, непрерывно-дифференцируемые функции. Из условий (5), (7), получим

$$V(t) = \sum_{i=1}^{m} [\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t)] A_i,$$

$$Z = D(T) + \frac{2\mu}{c(t)} \sum_{i=1}^{m} [\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t)] A_i,\ t \in [0,T].$$

Пусть функции $\mu_i(t),\ i = 1,2,\ldots,m$, такие, что их можно представить в виде

$$\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t) = c(t) b_i,\ t \in [0,T], \tag{8}$$

где $b_i \ge 0$. Тогда

$$V(t) = \sum_{i=1}^{m} c(t) b_i A_i,$$

$$Z = D(T) + 2\mu \sum_{i=1}^{m} b_i A_i.$$

Так как, $b_i \ge 0,\ c(t) \ge 0,\ \mu \ge 0$, вышеотмеченные два условия обеспечены.

Покажем, что существуют функции $\beta_i(t)$, которые удовлетворяют указанным условиям. Из уравнения (8) находим

$$\beta_i(t) = \exp\left(\int_0^t a(\tau)d\tau\right)\left[\beta_i(0) - b_i d(t)\right],$$

где

$$d(t) = \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s)ds\right)c(\tau))d\tau.$$

Учитывая, что функция $d(t)$ непрерывна, существует число K, такое, что $d(t) \le K, \ \forall t \in [0,T]$. Тогда взяв $b_i \ge 0$ любые и $\beta_i(0) \ge b_i K$, увидем, что $\beta_i(t) \ge 0, t \in [0,T]$.

Таким образом, взяв входные данные $a_1(t), D_1^{(0)}, \ Z_1$, мы получили выходной данный $V_1(t)$. Взяв аналогично, сколь угодно входные

$$a_1(t), D_1^{(0)}, \ Z_1,$$
$$a_2(t), D_2^{(0)}, \ Z_2,$$
$$a_p(t), D_p^{(0)}, \ Z_p,$$

мы находим выходные данные

$$V_1(t), \ V_2(t), \dots, V_p(t).$$

Используя эти данные можно проводить процесс обучения нейронной сети и найти весовые коэффициенты. После построения сети можно решать задачи (1)–(3) с любыми конкретными данными. Качество решений и надежность нейронной сети зависит от качества выбора и количества p исходных данных. При увеличении p погрешность приближенного решения уменьшается.

Список литературы:

1. Aliev F. A., Niftiyev A. A., Zeynalov C. I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval. Appl. Comput. Math.,– 10(1). Special Issue. 2011.
2. Алиев Р. А., Алиев Р. Р. Нечеткие множества и системы.– Баку, изд. АГНА, 1996.– 181с.
3. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств.– М.: Радио и связь, 1982.– 432 с.
4. Алиев Ф. А., Нифтиев А. А., Зейналов Дж.И. Задача оптимального синтеза относительно эволюция области. Доклад НАН Азерб. 2011.– № 2.
5. Niftiyev A. A., Maryam Pur, Zeynalov C. I. Fuzzy optimal control problem with non-linear functional. News – Baku State University, 2010.– № 3.
6. Горбань А. Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей, Сибирский журнал вычислительной математики,– Т. 1. 1998.– № 1.