https://doi.org/10.29013/EJEMS-22-3-12-18

Shamshin Viktor Nikolaevich,
Software Engineer, Donetsk

OPTIMIZATION OF INTERNATIONAL TRADE IN NON-COMPETITIVE GOODS

Abstract. The principles of trade in international markets with non-competitive goods produced by one country and many consumer countries are considered. Formulas for calculating quotas and "selling" prices of goods to each buyer are given. The inverse problem is solved when the goods are produced by many countries, except one. The calculation of optimal profit volumes of purchases from each manufacturing country is given.

Keywords: Uncompetitive goods, prices, quotas, profit.

Шамшин Виктор Николаевич,
инженер-программист, Донецк

ОПТИМИЗАЦИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТОРГОВЛИ НЕКОНКУРЕНТНЫМ ТОВАРОМ

Аннотация. Рассмотрены принципы торговли на международных рынках *неконкурентным* товаром, который производит одна страна, а стран-потребителей – много. Даны формулы расчёта квот и «отпускных» цен товара каждому покупателю. Решена обратная задача, когда товар производит много стран, кроме одной. Дан расчёт оптимальных по прибыли объёмов закупок у каждой страны-производителя.

Ключевые слова: Неконкурентный товар, цены, квоты, прибыль.

Постановка проблемы. Известно, если страна является монопольным производителем некоторого товара, то тем самым она обладает и рыночной властью [2] диктовать свои *цены* и *объёмы* продаж странам-покупателям. В этом случае торговля через товарную биржу по единой цене будет невыгодна, ибо лишает страну-монополиста «свободы манёвра» на «свободном» рынке и преимуществ монопольной власти (в плане максимизации прибыли). Потому возникает задача *расчёта* цен и квот продаж покупателям с единственной целью – извлечь максимальную прибыль от своего монопольного положения. Есть и обратная задача, когда страна вообще не производит некоторый товар, потому-то именно она вольна в выборе его поставщиков-производителей с той же целью: максимизация прибыли от продаж на внутреннем рынке.

Анализ публикаций. Публикаций по данной проблеме очень мало. По идее максимизации прибыли, объёмы торговли должна определять разность цен на данный товар в разных странах: чем больше эта разность, тем больше и объёмы поставок между странами. Но здесь отметим одну экономическую теорию, в которой за основу в организации международной торговли принят принцип минимизации… транспортных издержек. Теория есть, но далеко не все её поняли, и вот к какому итогу пришёл нобелевский лауреат В. Леонтьев: «в том случае, если эти [читай, транспортные – *В.Ш.*] расходы представляют собой относительно небольшую часть от общей стоимости междуна-

родной торговли, формально единственная оптимальная структура торговых потоков была бы так же чувствительна к случайным слабым воздействиям, как и бильярдный шар на мраморной доске» [1, 365]. Более того, по его мнению: «при отсутствии международных транспортных расходов… уровень и состав экспорта и импорта отдельной страны… не могут определяться однозначно» [1, 368]. Ниже будет показано, как эту идею можно применить к расчёту цен и квот, но только для товаров *неконкурентного* экспорта. Вот ещё пример непонимания сути *свободной* торговли тоже лауреатом Полом Самуэльсоном: «В системе свободной торговли не существует тарифов, квот и других барьеров для импорта и экспорта». Увы, такие тарифы и квоты реально есть. *Не существует* их математической формулировки в «трудах» теоретиков. И в самой фразе – противоречие. В ней говорится о реальных объектах на рынке (тарифы и квоты),– объектах, которые… *не существуют*. Другое дело, что эти *квоты* рынок «нащупывает» эмпирически, «методом тыка» и наша задача кроме того, чтобы доказать существование такой «оптимальной точки» для международной торговли, дать простой метод для её поиска, а также заранее просчитать: сто́ит ли её искать, или выгоднее применить торговое эмбарго. И ещё интересная фраза лауреата Леонтьева: «Монополия, сочетающая диктат цен и количества, приводит к эффективному… перераспределению доходов в отличие от обычной монополии – на установление либо цен, либо объема, *которая приводит к неэффективному перераспределению*» [1, 137]. Если на рынке одна *монополия*, то о чьих доходах и о перераспределении их между кем и кем идёт речь? *Монополия* на установление цен – понятна. *Монополия*, сочетающая диктат цен и количества, будет рассмотрена ниже. А представить монополию, распределяющую *только объёмы* – можно лишь вне рыночных отношений (карточная система с *монополией* государства на всё и вся).

Вот серия высказываний нобелевского лауреата Жана Тироля: «Кроме того, существуют внешние производственные эффекты между фирмами. Такие эффекты возникают, например, когда рынки ресурсов неконкурентны» [2, 23]. Что́ автор понимает под производственными *эффектами*, да ещё и внешними – им не поясняется. Когда ресурсы неконкурентны, например, кофе, никель и минеральные воды, то никакой *внешней* связи между ними быть не может по определению. Или такое: «Использование ограничений мощности с тем, чтобы оправдать неконкурентные цены, достаточно резонно в некоторых приложениях…» [2, 327]. Ниже будет показано, что существует оптимальный объём производства, дающий максимальную прибыль фирме, производящий неконкурентный товар. Поэтому отклонение её «мощности» в любую сторону, а тем более в сторону *ограничения*, чревато убытками. Да и перед ке́м должна *оправдываться* фирма при установке цен на свободном рынке – не ясно. Или такое: «Дилемма патентной системы состоит в том, что, стимулируя ИР, она создает неконкурентную ситуацию» [2, 613]. *Дилемма* – это когда есть выбор между *двумя* вариантами. Здесь речь о неконкурентной ситуации в единственном «экземпляре», и сам факт существования патентной системы является стимулом для ИР, без которого обе лишаются смысла. Вот интересный вопрос Жана Тироля: «Могут ли розничные торговцы наложить ограничения на неконкурентных предшествующих производителей?» [2, 287]. Если производители *предшествующие*, то их уже нет и вопрос не корректен. А если производители неконкурентны, то у них абсолютная рыночная власть, на которую наложить ограничения на свободном рынке (по ценам и объёмам производства) просто по определению невозможно. Или: «можно умножить потребление наряду с производством, чтобы избежать неконкурентного исхода… умножение числа фирм не делает отрасль более конкурентной, если высокие постоянные затраты и ограниченный потребительский рынок сокращают количество жизнеспособных фирм»

[2, 352], где прямо говорится об умножении… *нежизнеспособных* фирм. Или безграмотное: «*Оптимальное ценообразование предполагает, что монополист должен назначать бóльшие цены на рынках с меньшей эластичностью спроса*» [2, 208]. Оптимальное – оно всегда в некоторой «точке», уход от которой в *любую* сторону лишает её свойств оптимальности. А здесь о точке речи нет, а говорится об интервалах цен. Но и тут ошибка. Для экспоненциального спроса $n = N \cdot Exp\left(-\frac{x}{a}\right)$, где: x – цена товара, по определению эластичность $\varepsilon = \left(\frac{\partial n}{\partial x}\right) \cdot \left(-\frac{x}{a}\right)$. Зависит от цены, причём с ростом цены растёт (по модулю) эластичность. Поэтому на рынках с малой эластичностью рост цен означает и рост эластичности, и не ясно тогда чтó есть малая эластичность, и до какого уровня наращивать эти «*бóльшие цены*» для оптимального ценообразования? Как видим, «проблема» неконкурентного производства и в XX-м, и в XXI-м веке находится ещё на этапе (выражаясь техническим языком)… «технического задания».

Цель статьи. Исходя из самого факта реального существования цен и квот в международной торговле, которые рынок «нащупывает» эмпирически «методом тыка»,– показать на примере торговли неконкурентным товаром метод расчёта оптимальных цен, квот и объёмов для потребителей, дающих производителю наибольшую прибыль. Аналогично можно решить обратную задачу, когда все страны производят товар, а у одной страны в силу «форс-мажорных» и иных ситуаций производство прекратилось, и её задача состоит в поиске объёмов закупок этого товара в других странах (минуя товарную биржу) по внутренним рыночным ценам, разным в каждой стране, с целью получения максимальной прибыли от торговли в «пострадавшей» стране.

Изложение основного материала. Мы рассмотрим «мировой рынок» торговли неконкурентным товаром, как например, рынок кофе, где имеется только одна страна-производитель и много стан-потребителей. Внутренний рынок страны-экспортёра в первом приближении будем рассматривать как тоже одну из стран-потребителей. Будем также полагать, что функция спроса на товар в каждой J-й стране экспоненциальная и имеет вид:

$$m_J = M_J \cdot Exp\left(-\frac{X_J}{A}\right), \qquad (1)$$

где: A – параметр, отражающий потребительские свойства товара. Здесь он полагается равным у всех стран. В [3] показано, что экспоненциальный спрос характерен для товаров одноразового потребления (энергоресурсы, пищевые продукты), для которых A – прибыль от потребления единицы товара, [$/шт.];

X_J – цена единицы товара на внутреннем рынке J-й страны, [$/шт.];

M_J – максимально возможный спрос внутри J-й страны на этот товар при его *бесплатной* раздаче (при $X_J = 0$) с размерностью, например, [шт./час];

m_J – спрос внутри J-й страны на этот товар (при цене X_J), [шт./час].

Хотя товары производятся и складируются для хранения и дальнейших их равномерных поставок на рынок, для упрощения понимания сути, будем считать что товар *непрерывно* производится и в виде некоторого его *потока* поступает на рынок. Аналогично обстоит дело и с потоком спроса на него (1).

Пусть монополист поставляет на мировой рынок поток товара N, при квоте каждого потребителя $P_J \cdot \left(\sum_J P_J = 1\right)$. В этом случае имеем $m_J = N \cdot P_J$, и из (1) находим цену товара в J-й стране-потребителе

$$X_J = A \cdot Ln\left(\frac{M_J}{m_J}\right) = A \cdot Ln\left(\frac{\frac{M_J}{N}}{P_J}\right). \qquad (2)$$

Обозначив S – себестоимость *производства* неконкурентного товара, мы обнаруживаем, что при расчётах прибыли от его экспорта в J-ю страну, нужно учесть и транспортные издержки (на единицу товара), поэтому будем полагать се-

бестоимость товара S_J для каждой страны различной, причём всегда $S_J > S$. Полная прибыль страны-монополиста от продаж будет

$$Q = N \cdot \sum_J P_J \cdot \left[A \cdot Ln\left(\frac{\frac{M_J}{N}}{P_J} \right) - S_J \right] \qquad (3)$$

Эта прибыль допускает максимизацию по квотам P_J. Лагранжиан для оптимизации (с точностью до постоянных множителей) очевиден

$$Lg = \sum_J P_J \cdot \left[Ln\left(\frac{\frac{M_J}{N}}{P_J} \right) - \sigma_J \right] + \qquad (4)$$
$$+ \lambda \cdot \left[\sum_J P_J - 1 \right],$$

где: λ – неопределённый множитель Лагранжа;

$\sigma_J \equiv \frac{S_J}{A}$ – обозначена «безразмерная» себестоимость для J-й страны.

Из соотношений оптимизации $\frac{\partial Lg}{\partial P} = 0$, имеем систему уравнений

$$P_J = \frac{M_J}{N} \cdot Exp(\lambda - 1 - \sigma_J). \qquad (5)$$

Сложив все уравнения (5), с учётом того, что $\sum_J P_J = 1$, получим

$$Exp(1 - \lambda) = \frac{1}{N} \cdot \sum_J M_J \cdot Exp(-\sigma_J) \qquad (6)$$

Из уравнений системы (5) и соотношения (6) находим оптимальные квоты поставок товара монополистом в каждую J-ю страну

$$P_J = \frac{M_J \cdot Exp(-\sigma_J)}{\sum_K \cdot M_K \cdot Exp(-\sigma_K)}. \qquad (7)$$

Поскольку себестоимость производства входит в σ_J как слагаемое, то в (7) она войдёт в числитель и знаменатель как сомножитель, который можно сократить, и далее под σ_J следует понимать *только транспортные расходы*. Зная квоту поставок в каждую J-ю страну (7),– из (2) находим цену продаж

$$X_J = S_J \cdot Ln\left[\frac{\sum_K \cdot M_K \cdot Exp(-\sigma_K)}{N} \right]. \qquad (2')$$

Если монополист может производить любые объёмы N своего товара, то из уравнения (3) для полной прибыли по формуле $\frac{\partial Q}{\partial N} = 0$ находим и оптимальный объём N выпуска им товара. После преобразований получим

$$N = Exp(-1 - \sigma_C) \cdot Exp\left[\sum_J \cdot P_J \cdot Ln \frac{M_J}{P_J} \right], \qquad (8)$$

где $\sigma_C = \sum_J \cdot P_J \cdot \sigma_J$ – *средневзвешенные по квотам* транспортные расходы.

Аналогично решается и обратная задача, когда товар есть у всех стран, кроме одной, и она покупает товар в каждой стране для продажи на своём рынке. Задача состоит в поиске оптимальных объёмов этих закупок с целью получения максимальной прибыли от продаж товара на внутреннем рынке.

Обозначим страну-покупатель индексом $(_0)$, поток предполагаемых ею закупок N, квоту *общего* объёма закупок у J-й страны P_J, тогда поток товара из J-й страны в 0-ю будет $N \cdot P_J$. С целью упрощения «математики» изложения примем линейные аппроксимации функции спроса во всех странах

$m_J = M_J \cdot \left(1 - \frac{X_J}{A}\right)$ и у покупателя $N = M_0 \cdot \left(1 - \frac{X_0}{A}\right)$,(1')

соответствующие им цены товара будут

$X_J = A \cdot \left(1 - \frac{m_J}{M_J}\right)$ и у покупателя $X_0 = A \cdot \left(1 - \frac{N}{M_0}\right)$. (2')

Если до начала закупок у J-й страны наблюдалась функция спроса (1') $m_J = M_J \cdot \left(1 - \frac{X_J}{A}\right)$, при цене X_J, то после закупки в размере $N \cdot P_J$, на рынке этой страны установится новая цена, по которой и будут происходить все последующие закупки, учитывающая отток товара $N \cdot P_J$ «за границу»

$$X_J = A \cdot \left[1 - \frac{m_J - N \cdot P_J}{M_J} \right]. \qquad (2'')$$

В то же время на рынке страны-покупателя при функции спроса на ней $N = M_0 \cdot \left(1 - \frac{X_0}{A}\right)$, установится своя внутренняя рыночная цена X_0 (2').

Прибыль торговли на внутреннем рынке страны-покупателя, с учётом себестоимости транспортных затрат (S_J) из J-й страны к покупателю будет

$$Q = \sum_J N \cdot P_J \cdot (X_0 - X_J - S_J) \equiv N \cdot X_0 - \\ -N \cdot \sum_J P_J \cdot (X_J + S_J),$$

а Лагранжиан для оптимизации прибыли (с точностью до множителя A)

$$Lg = N \cdot \left(1 - \frac{N}{M_0}\right) - N \cdot \sum_J P_J \cdot \left\{\left[1 - \frac{m_J - N \cdot P_J}{M_J}\right] + \sigma_J\right\} + \\ + \lambda \cdot \left(\sum_J P_J - 1\right). \quad (4')$$

Обозначив объём закупок у J-й страны $V_J = N \cdot P_J$, получим

$$Lg = N \cdot \left(1 - \frac{N}{M_0}\right) - \sum_J V_J \cdot \left\{\left[1 - \frac{m_J - V_J}{M_J}\right] + \sigma_J\right\} + \\ + \lambda \cdot \left(\sum_J V_J - N\right). \quad (4'')$$

Из соотношений оптимизации $\frac{\partial Lg}{\partial V_J} = 0$, имеем систему уравнений

$$\lambda = 1 - \frac{m_J}{M_J} + \sigma_J + 2 \cdot \frac{V_J}{M_J}. \quad (9)$$

Из соотношения оптимизации $\frac{\partial Lg}{\partial N} = 0$, имеем уравнение

$$1 - \frac{2 \cdot N}{M_0} = \lambda. \quad (10)$$

Исключив из (9, 10) переменную λ, получим систему уравнений

$$m_J - M_J \cdot \sigma_J = 2 \cdot V_J + 2 \cdot \left(\frac{N}{M_0}\right) \cdot M_J. \quad (11)$$

Сложив уравнения (11), с учётом $\sum_J V_J = N$, получим для оптимального суммарного объёма закупок N выражение

$$N = \frac{1}{2} \cdot M_0 \cdot \frac{\sum_J m_J - \sum_J M_J \cdot \sigma_J}{M_0 + \sum_J M_J}, \quad (12)$$

и по каждой J-й стране из (11, 12) находим квоту P_J закупок у неё

$$P_J = \left(1 + \frac{\sum_J M_J}{M_0}\right) \cdot \mu_J - \frac{M_J}{M_0}, \quad (13)$$

где обозначено $\mu_J = \frac{m_J - M_J \cdot \sigma_J}{\sum_J (m_J - M_J \cdot \sigma_J)}$.

Если для какой-либо страны $\mu_J \le 0$ (т.е. для неё высоки транспортные расходы), то эту страну следует исключить из списка возможных продавцов.

В качестве примера в **Таблице 1** приведены исходные данные и итоги расчётов для **7** стран, когда страна № **0** товар вообще не производит.

Расчёты «в лоб» показали отрицательные квоты для стран № **2** и № **5**,(см. столбец P_{J0}) поэтому они не выгодны для закупок и их надо исключить из списка потенциальных продавцов. Окончательные данные приведены в трех последних столбцах таблицы, при этом общий объём закупок составил N = **40.44**, а квоты закупок по странам сильно разнятся. В столбце X_{J0} даны исходные цены в странах до «внедрения» на их рынки покупателя № **0**, при этом значение параметра A функции спроса принято равным A = ***100.0***. Как видим, после оптимальных закупок со стороны № **0**, цены везде изменились в сторону повышения, а в самой стране № **0** – существенно упали, несмотря на то, что закупка товаров принесла максимальную прибыль и «спекулянту».

Таблица 1.

№	M_J	m_J	σ_J	X_{J0}		μ_J	P_{J0}		μ_J	P_J	X_J
1	***2***	***3***	***4***	***5***		***6***	***7***		***8***	***9***	***10***
0	200	–	0	100.0		–	–		–	–	79.80
1	50	30	0.06	40.00		0.05720	0.108		0.07418	0.0838	46.78
2	100	40	0.07	*60.00*		0.06991	–0.063		–	–	*60.00*

1	*2*	*3*	*4*	*5*		*6*	*7*		*8*	*9*	*10*
3	150	100	0.08	33.33		0.18644	0.415		0.24176	0.3379	42.44
4	200	100	0.09	50.00		0.17373	0.086		0.22527	0.0137	50.28
5	250	100	0.10	60.00		0.15890	–0.257		–	–	60.00
6	300	200	0.11	33.33		0.35381	0.711		0.45879	0.5646	40.94

Примечание. В функциях спроса (1, 1') принято *одинаковое* значение у параметра *A* для всех стран, что справедливо только при примерно равном и *среднем* на душу населения каждой страны уровне дохода, поскольку в [3] показана пропорциональность этого (по его смыслу) «ценового» параметра *среднему* доходу на душу потребителя товара в данной стране. Варианты для решения задачи с разными в странах значениями A_J подлежат отдельному рассмотрению в соответствии с предложенной методикой по максимизации прибыли лишь для одной «активной» стороны – инициатора торговли.

Чтобы показать влияние на результаты не только величин параметров функции спроса, но и собственно её «вида», рассмотрим предыдущую задачу, для случая спроса *экспоненциального* типа (1). Напомним, что для товаров длительного пользования характерен линейный или квазилинейный спрос со стороны покупателей [3], а экспоненциальный спрос присущ всем товарам разового потребления (пища, энергоресурсы, разного вида сырьё и пр.).

Лагранжиан для оптимизации прибыли (с точностью до множителя *A*)

$$Lg = N \cdot Ln\left(\frac{M_0}{N}\right) - \sum\nolimits_J \cdot V_J \cdot \left\{ Ln\left[\frac{M_J}{m_J - V_J}\right] + \sigma_J \right\} + \lambda \cdot \left(\sum\nolimits_J \cdot V_J - N\right). \quad (4''')$$

Из соотношения оптимизации $\frac{\partial Lg}{\partial N} = 0$, имеем уравнение

$$Ln\left(\frac{M_0}{N}\right) - 1 = \lambda. \quad (10')$$

Из соотношений оптимизации $\frac{\partial Lg}{\partial V_J} = 0$, имеем систему уравнений

$$Ln\left(\frac{M_J}{m_J - V_J}\right) + \sigma_J + \frac{V_J}{m_J - V_J} = \lambda \quad (9')$$

Исключив из (9' 10') переменную λ, после несложных преобразований получим полную систему уравнений

$$m_J - V_J = \left(\frac{N}{M_0}\right) \cdot M_J \cdot Exp\left[\frac{m_J}{m_J - V_J} + \sigma_J\right]. \quad (11')$$

Сложив уравнения (11'), с учётом $\sum\nolimits_J \cdot V_J = N$, получим для оптимального суммарного объёма закупок *N* выражение

$$N = \frac{\sum\nolimits_J \cdot m_J}{\left\{1 + \frac{1}{M_0} \cdot \sum\nolimits_J \cdot M_J \cdot Exp\left[\frac{m_J}{\left(m_J - V_J\right)} + \sigma_J\right]\right\}} \quad (12')$$

и по каждой *J*-й стране из (11', 12') находим квоту P_J закупок у неё

$$P_J^{(n+1)} = \frac{m_J}{N} - \frac{M_J}{M_0} \cdot Exp\left[\frac{m_J}{\left(m_J - N \cdot P_J^{(n)}\right)} + \sigma_J\right]. \quad (13')$$

Уравнения (12', 13') решаются итерационно. Вначале задаём все $P_J^{(1)}$ равными, и из (12') находим *N*, которое подставляем в (13') для уточнения $P_J^{(2)}$ и так до тех пор, пока не достигнем желаемой точности $P_J^{(n)}$. Если для какой-либо страны $P_J \le 0$, то её следует исключить из списка возможных продавцов.

В качестве примера в **Таблице 2** приведены исходные данные и итоги расчётов для тех же **7**-и стран, когда страна № **0** товар вообще не производит.

Таблица 2.

№	M_J	m_J	σ_J	X_{J0}		P_{J1}		P_{J2}	P_{J3}	X_{J3}
0	200	–	0	8		–		–		174.25
1	50	30	0.06	51.08		0.104		0.073	0.069	59.48
2	100	40	0.07	91.63		–0.111		–	–	91.63
3	150	100	0.08	40.55		0.453		0.348	0.334	52.99
4	200	100	0.09	69.31		0.052		–0.046	–	69.31
5	250	100	0.10	91.62		–0.331		–	–	91.62
6	300	200	0.11	40.5		0.833		0.625	0.597	51.58

Первый расчёт (столбец $P_{J\cdot 1}$) дал отрицательные результаты для стран № 2 и № 5, которые были исключены из списка продавцов. Второй расчёт (в столбце $P_{J\cdot 2}$) дал тоже отрицательный результат для страны № 4, которую мы также удалили. И только третий расчёт дал все позитивные квоты, при этом объём закупок $N = 35.02$. Во всех странах-продавцах наблюдался рост цен, а в стране-покупателе он *остался* практически второе выше, чем в остальных. Поэтому положение о том, что международная (пока внебиржевая) торговля выравнивает цены на внутренних рынках следует считать опровергнутым.

Выводы. Показано наличие оптимальных квот при продаже на мировом рынке товаров *неконкурентного* экспорта. Показано проявление рыночной власти монополии, как **диктата** *разных* цен и объёмов *разным* потребителям. Даны формулы для расчётов оптимальных цен и квот такого рынка, а также формула расчёта оптимального по прибыли объёма выпуска товара. Решена в аналогичном ключе и обратная задача, когда товар производят все страны, за исключением одной, которая, минуя товарную биржу, желает оптимизировать закупки товара на внешних рынках с целью максимизации прибыли от его последующей «спекулятивной» перепродажи на рынке внутреннем. Показана несостоятельность положения, что международная торговля способствует «выравниванию» розничных цен на товар в разных странах-производителях.

Список литературы:

1. Леонтьев Василий. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика: пер с англ.– М.: Политиздат, 1990.– 416 с.
2. Тироль Ж. Рынки и рыночная власть: Теория организации промышленности / Пер. с англ. СПб.: Экономическая школа, 1996.– 745 с.
3. Шамшин В. Н. Азбука рынков (для нобелевских лауреатов).– Издательство «Альбион» (Великобритания), 2015.– 1291 с. – 21 табл. – 157 рис. Монография: URL: https://www.drpbx.cm/s/7y8sfd7y56z9xry/VL_3.pdf?dl=0